



TITLE:

離散時間確率系の解析と制御ならびにスモールゲイン定理とその周辺( Abstract\_要旨 )

AUTHOR(S):

柳楽, 勇士

---

CITATION:

柳楽, 勇士. 離散時間確率系の解析と制御ならびにスモールゲイン定理とその周辺. 京都大学, 2020, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2020-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k22411>

RIGHT:

京都大学	博士（工学）	氏名	柳楽 勇士
論文題目	離散時間確率系の解析と制御ならびにスモールゲイン定理とその周辺		
<p>（論文内容の要旨）</p> <p>本論文は，離散時間確率系に対する解析と制御に関する種々の問題に主として取り組んだものであり，とくに，その目的においてひとつの大きな軸となるスモールゲイン定理の導出，ならびに同定理を利用した解析と制御器設計の実用性を高めることに資する有界実補題の導出，および，それらの発展的利用による確率系の解析と制御の高度化について論じている．加えて，同定理の導出に関連して，対象を確定系に転じた議論も行い，その状況では古くから既知の同定理に関して，それを適用することのできるシステムのクラスを大きく拡張できることについても論じており，あわせて 7 章からなっている．</p> <p>第 1 章は序論であり，第 2 章で論じるマルコフジャンプ系のゲインスケジューリング制御に関する研究の背景と動機について論じるとともに，確率系における上述のスモールゲイン定理，有界実補題，およびそれら（とくにスモールゲイン定理）の発展的利用法としての確率的 D スケーリングと呼ぶ新規手法の提案について，やはりそれらの研究背景と動機等について論じている．加えて，上記のスモールゲイン定理の導出において系の因果性が重要な役割を果たしている点に関連して，因果性についての取り扱いに関する改善がもし行えれば，同定理をより適用範囲の広い形に拡張しうるのでないかとの動機付けに沿って，そのための予備検討ともいえる問題を，確定系に対象を転じる形で行うことを論じている．具体的には，従来の確定系におけるスモールゲイン定理が対象とし得なかったようなより一般的な入出力系に対してその因果性の定義を適切に導入するとともに，その議論を通して，確定系において古くから非常に重要な定理として知られてきたスモールゲイン定理の適用範囲が拡張できることを論じている．また，本論文におけるこれらの議論の間の相互の関係性についても論じている．</p> <p>第 2 章では，確率系の中でもマルコフジャンプ系を扱っている．マルコフジャンプ系は，その振る舞いについて複数のモードが存在して，それらのモードのうちどれに従うかが時刻毎に確率的に決まるような系であり，そのモードの切り替わり方がマルコフ連鎖によって表現される．本章では，マルコフジャンプ系に対するゲインスケジューリング制御を論じることを念頭に，そのモード遷移確率行列および係数行列が 2 つの異なる時変パラメータにそれぞれ依存する場合を考えている．そして，それらの時変パラメータの一方または両方が各時刻で測定可能でその情報が制御において利用できる場合について，その情報の利用により制御性能を改善するためのゲインスケジュールド状態フィードバック制御器の設計法について論じている．加えて，このゲインスケジューリング制御の考え方と，第 3 章以降で論じるスモールゲイン定理に関する議論とを融合させることにより，さらなる発展が図れる可能性も示唆している．</p> <p>第 3 章では，2 つの確率的な入出力系からなる閉ループ系の入出力安定性に関する極めて基本的な定理といえる，確率系に対するスモールゲイン定理の導出を行うとともに，その定理が要求する前提条件に関して，閉ループ系をなす 2 つの確率的な入出力系がいかなる性質を有するものであれば，その前提条件が満たされしがつて同定理を実際に適用可能であることが保証できるか，という極めて基本的な問題についても，実</p>			

京都大学	博士（工学）	氏名	柳楽 勇士
<p>用的観点から有用性の高い議論を展開している．なお、確率系に対するスモールゲイン定理に関しては、（閉ループ系の入出力安定性に関して本論文よりも限定的な扱いのもとで）導出に成功したという主張のなされている先行研究がすでに存在する．本論文は、その報告における議論が数学的に正当化できないものであることを、明確な根拠とともに指摘するとともに、閉ループ系を構成する 2 つの確率的な入出力系の因果性の仮定と信号の打ち切りの扱いを通して、証明を数学的に完全に正当化したものとなっている．加えて、この 2 つの入出力系が満たすべき性質として、上記報告中の主張より緩いものが許容できることも明らかにしたものとなっている．</p> <p>第 4 章では、確率系に対する有界実補題の導出を行っている．前章で導いた確率系に対するスモールゲイン定理は、2 つの確率的な入出力系からなる閉ループ系が入出力安定であるための条件を、それら 2 つの確率系の誘導ノルムにより表現している．したがって、この誘導ノルムを計算することが極めて重要である．確定系の場合について同様の誘導ノルムの計算を行うことは、線形時不変系を対象とした場合に、有界実補題と呼ばれる数学的事実を通して可能であることが知られている．本章の議論は、これを確率系の場合の対応する形に拡張している先行研究において、適用可能なシステムが限定的なものになってしまっていることに着目して、より一般的なクラスの確率系に対して適用できるような有界実補題を導出したものとなっている．</p> <p>第 5 章は、第 3 章で導出したスモールゲイン定理に基づく安定解析が一般に保守的なものになってしまう点に関して、その改善を可能とする方法として、確率的 D スケーリングと呼ぶ新規手法を提案し、その有効性について論じたものである．これは、確定系の取り扱いにおいてやはり確定系におけるスモールゲイン定理をより有用なものとするために用いられる（確定的な）D スケーリングの考え方を拡張したものであり、閉ループ系を構成する 2 つの確率的な入出力系の有するランダム性を適切に反映させた確率的なスケール要素を導入する点が鍵を握るものとなっている．</p> <p>第 6 章は、冒頭ならびに第 1 章に関する要約においても述べた通り、第 3 章で行った確率系に対するスモールゲイン定理の導出において系の因果性が重要な役割を果たしている点に関連して、同定理のさらなる発展を念頭に置きつつ、確定系に視点を転じた議論を行っている．具体的には、第 3 章で用いた確率系の因果性の定義が、現状における確定系に対するそれにそのまま沿ったものである一方で、あらゆる入出力系を対象とした定義にはなっていない点に動機づけられて行った研究である．因果性のよく知られた定義がそもそも限定的な系のみを対象にしているという事情は確定系においても実はまったく同じであることから、確定系における因果性の定義について、あらゆる入出力系に対して適用可能なより一般的なものに拡張し、その結果、確定系に対するスモールゲイン定理が適用できる閉ループ系のクラスを拡張することに成功している．なお、この議論と同様の議論を展開することにより、第 3 章で導出した確率系のスモールゲイン定理についてもさらなる一般化が行える可能性に関する考察については、今後の課題としている．</p> <p>第 7 章は結論であり、各章の成果を要約すると同時に各章の議論と本論文全体の議論との相互関係などについても改めて整理し、本論文の位置づけを明らかにしている．加えて、残された課題ならびに今後の研究の展望についても述べている．</p>			

## (論文審査の結果の要旨)

本論文は、確率系のゲインスケジューリング制御について論じる他、確率系のスモールゲイン定理の導出とそれに関連する種々の議論を通して得られた知見をまとめたものであり、得られた主な成果は次の通りである。

まず、確率系の中でもマルコフジャンプ系を扱い、モード遷移確率行列が時変パラメータに依存し、同時に各モードにおける系の係数行列がこれとは異なる時変パラメータに依存する状況について考察している。これらの時変パラメータが各時刻で測定可能である場合に、その情報を制御において利用するゲインスケジューリング制御により制御性能を改善する方法を論じている。

続いて、2つの確率的な入出力系からなる閉ループ系の入出力安定性を保証するための条件を与える確率系に対するスモールゲイン定理の導出を行い、さらに、具体的にどのような2つの系からなる閉ループ系を考えるとときに同定理が適用可能であるかについても、有用な成果を得ている。なお、同定理の導出は、それに成功したとの主張がなされた先行研究における議論の数学的不備を指摘した上で、不備を解消したものとなっている。さらに、同定理が確率的な入出力系の誘導ノルムを通して安定条件を記述したものになっている点に関連して、線形系の場合について誘導ノルムを計算する上で極めて重要となる確率系に対する有界実補題を、特定の状況のみを対象として先行研究においてすでに導出されているものを拡張して一般的な場合に対して適用できる形で導出している。また、同定理に基づく安定解析が一般に保守的になってしまう点に関してその問題点を低減するための新たな手法として、閉ループ系を構成する要素の持つランダム性を適切に反映させた確率的なスケーリング要素を利用する確率的Dスケーリングを提案し、その有効性を明らかにしている。

最後に、同定理の導出が系の因果性に基いているものの、因果性の定義は限定された系に対してのみ適用できるものとなっている点に着目し、その問題点の解消を視野に入れつつ、視点をより扱いやすい確定系に転じた議論を行っている。これにより、確定系に対する因果性の定義を、一般的な入出力系を対象として与え、その議論を通して、確定系に対して古くから知られている同定理の適用可能範囲を大きく拡張することにも成功している。

以上の通り、本論文は、離散時間確率系の解析と制御を主とする研究を展開し、なかでもその中核的議論となるスモールゲイン定理に関しては、確率系に対する同定理を数学的に厳密に導出するのみならず、確率系に対する一般的な有界実補題の導出や確率的Dスケーリングの提案まで議論を発展させ、さらには確定系に対する同定理の一般化にも寄与しており、学術上、実際上寄与するところが少なくない。よって、本論文は博士(工学)の学位論文として価値あるものと認める。また、令和2年1月20日、論文内容とそれに関連した事項について試問を行った結果、申請者が博士後期課程学位取得基準を満たしていることを確認し、合格と認めた。